

Всероссийская олимпиада школьников по математике,

муниципальный этап, 2015 г

11 класс

1. Рёбра куба хотят покрасить так, чтобы все рёбра, выходящие из одной вершины, были разного цвета. Какое наибольшее количество рёбер одного цвета может при этом оказаться?
2. Из города Алексеевска в город Борисов выехал автомобиль. На середине пути он взял на буксир стоявший на обочине сломавшийся автомобиль и стал ехать в 1,5 раза медленнее. Когда автомобилю оставалось ехать до Борисова 100 км, из Алексеевска в Борисов выехал мотоцикл, причём неизвестно, произошло это до начала буксировки или после. Когда автомобиль доехал до Борисова, мотоциклу оставалось до него 20 км. Найдите расстояние между городами, если известно, что мотоцикл всё время ехал с той же скоростью, с которой автомобиль ехал первоначально. Потерю времени при взятии на буксир считать нулевой.
3. Натуральное число назовём *интересным*, если оно простое и после вычёркивания в нём любого количества цифр (но не всех) оставшиеся цифры образуют простое число. Найдите самое большое интересное число.
4. На доске написали 3 различных квадратных трёхчлена: $x^2 + bx + c$, $x^2 + cx + a$ и $x^2 + ax + b$, где a , b и c – некоторые числа, и нашли их корни. Оказалось, что оба корня первого трёхчлена меньше корней второго трёхчлена на одно и то же число и больше корней третьего трёхчлена на то же самое число. Найдите a , b и c .
5. Две окружности с центрами O_1 и O_2 пересекаются в точках E и F . Прямая O_1E пересекает первую окружность в точке A , а вторую в точке B . Прямая O_2E пересекает первую окружность в точке C , а вторую в точке D . Докажите, что прямые AC , BD и EF пересекаются в одной точке.

Все ответы необходимо обосновать!