

10 класс

1. Вася хочет купить в магазине несколько одинаковых шоколадок и планирует потратить на них некоторую сумму денег. Придя в магазин, Вася увидел, что эти шоколадки продаются со скидкой в 40% и потратил на них на 40% больше денег, чем планировал. Какое количество шоколадок он купил, если известно, что оно меньше 10? Ответ обоснуйте.
2. Докажите, что если $a^2 + 4ab + b^2$ кратно трём, где a и b – целые числа, то $a^3 - b^3$ кратно девяти.
3. На координатной плоскости нарисованы две пересекающиеся параболы, являющиеся графиками двух квадратичных функций. A и C – точки их пересечения, B и D – их вершины. Оказалось, что $ABCD$ – параллелограмм, центр которого находится в начале координат. Найдите уравнение второй параболы, если уравнение первой $y = ax^2 + bx + c$.
4. В остроугольном треугольнике ABC через каждую вершину проведены перпендикуляры к исходящим из этой вершины сторонам. Получившиеся 6 прямых, пересекаясь, образуют шестиугольник $ADBECF$. Докажите, что треугольники ABC и EFD равны.
5. На столе лежат 10 карточек: на первой написано «1», на второй «2», и т.д., на десятой «10». Петя и Вася играют в следующую игру. Они по очереди в открытую берут себе карточки с числами. У каждого есть две возможности: либо взять карточку со стола с самым маленьким номером из всех оставшихся, либо взять карточку у своего соперника. Петя может взять у Васи только карточку с чётным числом, а Вася может взять у Пети только карточку с нечётным числом. Игра заканчивается в тот момент, когда со стола взята последняя карточка. После этого каждый игрок подсчитывает сумму чисел на своих карточках. У кого сумма больше, тот и выиграл. Кто выигрывает при правильной игре, если первым ходит Петя?