

Всероссийская олимпиада школьников по математике,

муниципальный этап, 2015 г

10 класс

1. Алёша и Боря поочередно берут конфеты из одного пакета. Алёша берёт одну конфету, Боря две, затем Алёша берёт три конфеты, Боря четыре, и т.д. Когда количество оставшихся в пакете конфет станет меньше либо равно количеству, которое взяли предыдущим ходом, тот мальчик, чья очередь наступила, берёт все оставшиеся конфеты. Сколько конфет было в пакете первоначально, если у Бори в итоге оказалось 2015 конфет?
2. Две машины ехали по трассе со скоростью 90 км/ч на расстоянии 1 км друг от друга. Затем дорога пошла в гору и их скорость снизилась до 70 км/ч. После этого начался спуск и их скорость увеличилась до 100 км/ч, после спуска началась грунтовая дорога и их скорость упала до 45 км/ч. Каким стало расстояние между ними?
3. Найдите все простые числа p и q такие, что $p^q - pq$ тоже простое число.
4. Петя написал в тетради многочлен $x^2 + px + q$ (p и q – некоторые числа) и нашёл его корни. Затем он уменьшил коэффициенты p и q на одно и то же число и снова нашёл корни. Оказалось, что корни увеличились на 1. Затем он увеличил исходные коэффициенты p и q на другое число и снова нашёл корни. Оказалось, что корни исходного многочлена увеличились в 2 раза. Найдите p и q .
5. В треугольнике ABC с углами B и C , равными 40° и 20° соответственно, проведена биссектриса AL . Докажите, что $AL + AC = BC$.

Все ответы необходимо обосновать!