

Всероссийская олимпиада школьников по математике,

муниципальный этап, 2015 г

9 класс

1. За круглым столом сидят рыцари и лжецы. Рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда лгут. Каждый из сидящих сказал: «Я сижу на красном стуле». После этого они пересели и каждый из них сказал: «Я сижу на синем стуле». Сколько за столом рыцарей, если всего за столом сидит 20 человек и стулья только красного и синего цвета?

2. На доске написаны числа 1, 2, 3, ..., 2015. Петя зачеркнул те числа, которые делятся на 3 или на 4. Каких чисел на доске больше: зачёркнутых или незачёркнутых, и на сколько?

3. Вася в каждой вершине куба записал по одному числу. Два записанных числа назовём *соседними*, если они стоят в двух вершинах, соединённых ребром. Оказалось, что каждое число равно сумме соседних с ним чисел. Чему может быть равна сумма всех восьми записанных чисел? Найдите все возможные значения.

4. На полоске бумаги записана последовательность из трёхсот цифр:

$$\underbrace{11 \dots 1}_{100} \underbrace{22 \dots 2}_{100} \underbrace{33 \dots 3}_{100} .$$

На какое наибольшее число частей можно разрезать эту полоску так, чтобы все числа, полученные при этом на кусках полоски, были различными?

5. В треугольнике ABC с углами A и B , равными 30° и 45° соответственно, проведена медиана BD . Найдите величину угла BDC .

Все ответы необходимо обосновать!