

11 класс

1. Придя со школы домой, Вася обнаружил, что его квартиру затопили соседи сверху и вода продолжает литься с потолка с постоянной скоростью. Вася берёт ведро и тряпку и начинает собирать с пола воду. Если бы Вася пришёл на час раньше, то он бы собрал всю воду с пола за 1 час, а если бы пришёл на час позже, то за 3 часа. За сколько часов соберёт всю воду Вася, если он собирает её с постоянной скоростью?
2. Вычислите без использования калькулятора $\sin \frac{\pi}{8} \sin \frac{3\pi}{16} \sin \frac{5\pi}{16}$.
3. Петя написал на доске 4 различных квадратных трёхчлена вида $x^2 + px + q$. Оказалось, что каждый из них имеет два различных корня и что корень каждого трёхчлена является корнем ещё ровно одного из этих трёхчленов. Затем Петя сложил все эти трёхчлены и получил новый квадратный трёхчлен. Докажите, что этот квадратный трёхчлен имеет хотя бы один корень.
4. На хорде AB окружности S отмечена её середина – точка C , и через эту точку проведена окружность S_1 с центром в точке B , пересекающая первую окружность в точках D и E . Прямые AE и AD вторично пересекают окружность S_1 в точках K и L . Докажите, что прямая KL делит отрезок BC пополам.
5. Существует ли натуральное нечётное число, представимое в виде суммы своих различных натуральных делителей (возможно, не всех, а лишь некоторых)?